

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи, підготовки до практичних занять
та контрольних робіт з основ теорії споруд

ВНУТРІШНІ ЗУСИЛЛЯ ТА ДЕФОРМАЦІЇ ПРИ ПРОСТОМУ НАВАНТАЖЕННІ

*(для студентів 2 курсу денної форми навчання
за напрямом 6.060102 - «Архітектура»)*

ХАРКІВ
ХНАМГ
2012

Методичні вказівки до самостійної роботи, підготовки до практичних занять та контрольних робіт з основ теорії споруд «ВНУТРІШНІ ЗУСИЛЛЯ ТА ДЕФОРМАЦІЇ ПРИ ПРОСТОМУ НАВАНТАЖЕННІ» (для студентів 2 курсу денної форми навчання за напрямом 6.060102 - «Архітектура») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: М. А Засядько, Н. В. Серeda, Л. І. Колодій, О. М. Кузнецов, М. Ю. Смолянінов, О. О. Чупринін. – Х.: ХНАМГ, 2012. – 42 с.

Укладачі: М. А. Засядько, Н. В. Серeda, Л. І. Колодій, О. М. Кузнецов, М. Ю. Смолянінов, О. О. Чупринін

Рецензент: доц. Л. С. Андрієвська

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки, протокол № 7 від 8.02.10 р

1. ВСТУП

Ці методичні вказівки призначені для самостійної роботи студентів під час підготовки до практичних занять і виконання контрольних завдань. Вони містять теоретичні положення, приклади розрахунків стержнів на розтяг або стиск та прямий згин балок, вихідні дані для контрольних завдань.

Перш за все необхідно ознайомитися з теоретичним матеріалом в [1-5] і у розділі 2 цих методичних вказівок. Для закріплення теоретичного матеріалу треба знайти відповіді на запитання, які наведені у розділі 2.

2. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

При розтягу–стиску (рис. 1а, 2а) прямого стержня в його поперечних перерізах діє тільки один внутрішній силовий фактор – поздовжня сила N . Поздовжні сили, які спричиняють деформацію розтягу, вважають додатними, а деформацію стиску – від’ємними. При розтягу поздовжня сила спрямована від перерізу (рис. 1,б), а при стиску – до перерізу (рис. 2,б)

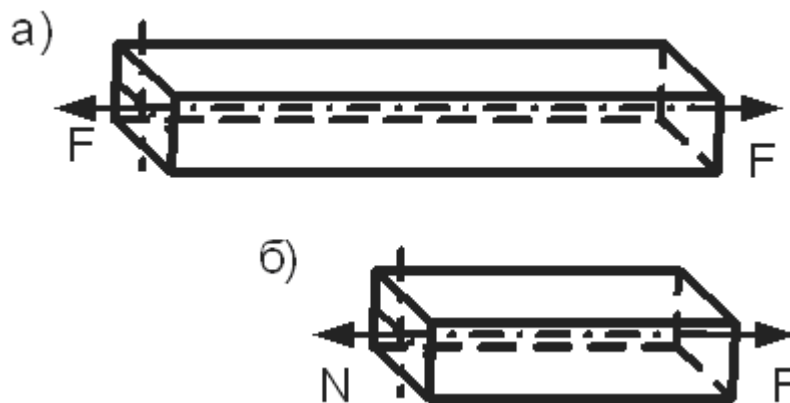


Рис. 1

Значення і напрямок (знак) поздовжньої сили визначають з рівняння рівноваги, яке складається для лівих (правих) сил, відносно поперечного перерізу, яким розрізаємо стержень. У тих випадках, коли поздовжні сили в різних

перерізах стержня неоднакові, закон їх змінювання вздовж осі стержня зручно навести у вигляді графіка, який називають епюрою поздовжніх сил. Для побудови епюри стержень розділяють на ділянки. Межами ділянок повинні бути місця прикладання зосереджених сил і перерізи, в яких змінюється розмір поперечного перерізу. Для кожної ділянки вираз функції поздовжньої сили має свій вигляд.

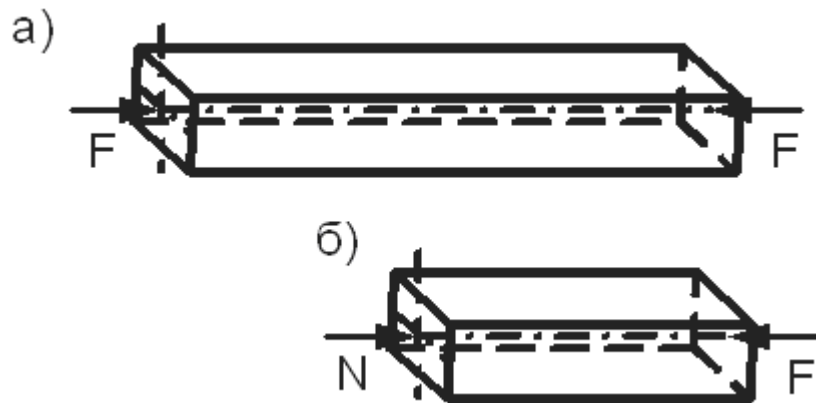


Рис. 2

Епюру поздовжніх сил будують, щоб використати її для розрахунку стержня на міцність. Вона дозволяє знайти найбільше значення поздовжніх сил і місце знаходження небезпечного, тобто такого, в якому виникають найбільші напруження. При розтягу (стиску) стержня в його поперечних перерізах виникають тільки нормальні напруження σ , які розподілені по площі перерізу рівномірно (рис 3).

Рівнодіюча сила нормальних напружень в перерізі стержня – це поздовжня сила N :

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma A. \quad (1)$$

Звідки

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (2)$$

де A – площа поперечного перерізу.



Рис. 3

Умова міцності

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad (3)$$

де $[\sigma]$ – допустимі нормальні напруження (найбільші напруження, які допускають в конструкції із умов її безпеки, надійності і довготривалості).

У залежності від цілі розрахунку розрізняють три види розрахунків на міцність: 1) перевірний, 2) проектний і 3) визначення допустимого навантаження.

При перевірному розрахунку визначенню підлягає найбільше розрахункове напруження, яке порівнюють з допустимим (3). При цьому навантаження стержня, його матеріал (отже допустиме напруження) і розміри відомі.

При проектному розрахунку навантаження і матеріал (допустимі напруження) відомі і з формули (3), з урахуванням (2), визначають потрібну площу поперечного перерізу стержня:

$$A \geq \frac{N_{\max}}{[\sigma]}, \quad (4)$$

де N_{\max} – максимальна поздовжня сила в стержні.

У певних випадках перевірний розрахунок зручно вести у формі визначення допустимого навантаження. У такому випадку розміри стержня і його матеріал (допустиме напруження) відомі, а визначенню підлягає навантаження, яке можливо допустити з умов його міцності.

Вміння визначати деформації і переміщення необхідні для розрахунків на жорсткість. Для визначення зміни довжини стержня, коли поперечний переріз А сталий і поздовжня сила N в усіх перерізах однакова, використовують закон Гука:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}, \quad (5)$$

де EA – жорсткість перетину при розтязі (стиску); E - модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга), це фізична стала певного матеріалу, яка характеризує його жорсткість.

У випадках, коли поперечний переріз стержня і поздовжня сила змінюються стрибкоподібно, зміна довжини стержня (подовження або вкорочення) дорівнює алгебраїчний сумі змін довжини його окремих ділянок:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^k \Delta l_i. \quad (6)$$

При розтязі (стиску) стержня його поперечні перерізи переміщуються вздовж його осі. Переміщення це – наслідок деформації стержня. Але ці поняття потрібно розрізняти. Наприклад, у стержні на рис. 4 деформується лише ліва частина стержня (ділянка АВ), а ділянка ВС переміщується як абсолютно жорстке тіло.

Переміщення λ всіх перетинів цієї ділянки однакові і дорівнюють подовженню ділянки АВ стержня

$$\lambda_B = \lambda_C = \Delta l_{AB} = \frac{F \cdot a}{EA}, \quad (7)$$

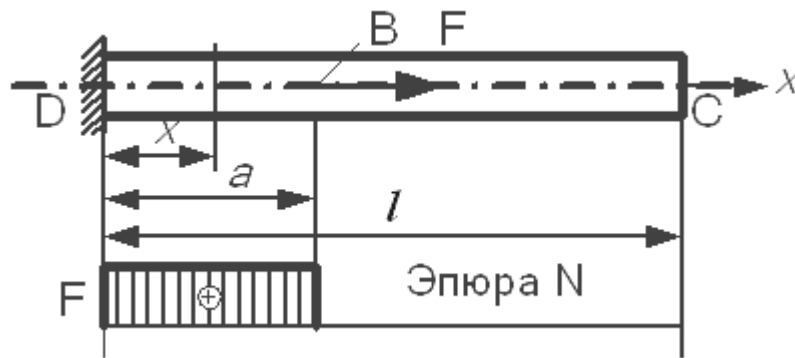


Рис. 4

Згин балок пов'язаний з виникненням у поперечних перерізах згинаючих моментів – моментів, відносно осі, розташованої у площині поперечного перерізу, яка проходить через його центр ваги. Ці моменти діють у площині, перпендикулярній поперечному перерізу балки.

Залежно від напрямку згинаючого моменту розрізняють прямий і косий згини. Прямий згин виникає у випадку, коли площина, в якій діє навантаження, збігається з однією із головних осей інерції перерізу стержня. На рис. 5 показаний випадок навантаження бруса, коли зовнішні сили розташовані у площині xy , що збігається з головною віссю перерізу y . Деформації згину в цьому випадку відбуватимуться в площині дії моменту. Якщо при згині в поперечному перерізі балки діє тільки згинаючий момент, то таке деформування називається чистий згин. Коли крім згинаючого моменту в поперечному перерізі діє ще і поперечна сила, тоді такий вид деформування називають поперечним згином.

Зовнішні навантаження, що діють на елементи конструкції, викликають появу в ній внутрішніх зусиль. При дії на брус зовнішніх навантажень, розташованих в одній площині (наприклад, xy , якщо вісь x збігається з віссю бруса), що проходить через вісь бруса, у кожному поперечному перерізі виникають внутрішні зусилля, що діють у тій же площині: подовжня сила, поперечна сила і згинаючий момент.

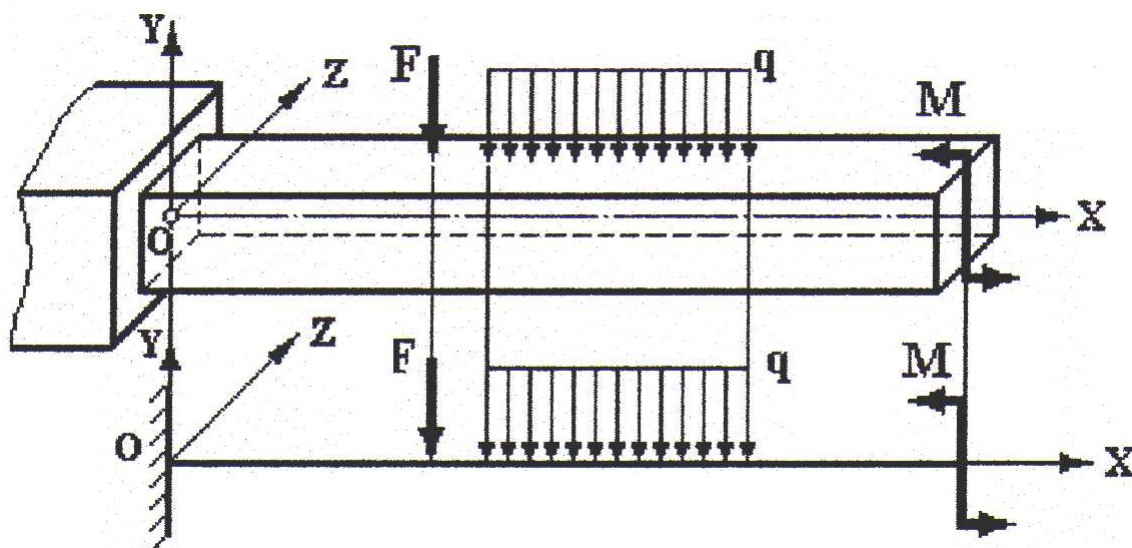


Рис.5

Надалі ми будемо розглядати задачу прямого згину. У цьому випадку в площині перерізу балки виникнуть наступні внутрішні зусилля: поперечна сила, що діє в площині перерізу ($Q=Q_y$) і проходить через його центр ваги і згинаючий момент, перпендикулярний поперечному перерізу $M=M_z$, де z – вісь, відносно якої діє момент. Згинаючий момент M в поперечному перерізі бруса (рис. 6) вважається додатним, якщо на лівому торці правої частини балки він спрямований за годинниковою стрілкою, а на правому торці лівої частини – проти годинникової стрілки (або можна казати, що додатний момент є такий, який намагається підняти переріз), як показано на рис. 6. При додатному згинаючому моменті верхні волокна будуть стискуватися, нижні – розтягуватися.

При від'ємному згинаючому моменті верхні волокна розтягуються, нижні – стискаються.

Поперечна сила Q додатна, коли на правому торці лівої частини бруса вона спрямована зверху вниз, на лівому торці правої частини – знизу вгору, як показано на рис.6.

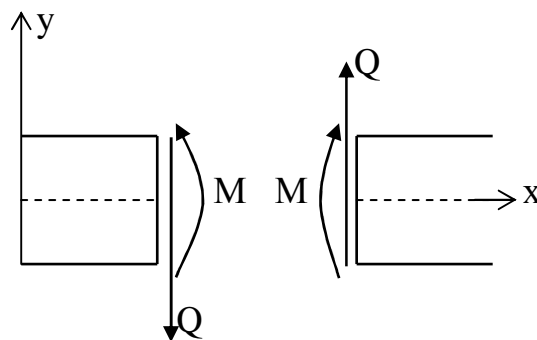


Рис. 6

Для того, щоб визначити проекції на будь-яку вісь внутрішніх силових факторів у перерізі, необхідно скористатися методом перерізів. З цього методу випливає, що для визначення внутрішніх зусиль у перерізі, необхідно просумувати всі зовнішні сили та моменти, що діють на одну з частин, розташованих праворуч або ліворуч від перерізу. Використовуючи такі уявлення, сформулюємо наступні правила для визначення поперечної сили та згинаючого моменту.

Поперечна сила $Q = Q_y(x)$ дорівнює алгебраїчній сумі проекцій усіх зовнішніх сил, прикладених до лівої або правої частини балки, на головну центральну вісь у площині згину, проведену в розглянутому перерізі. Якщо розглядається ліва частина, сили, спрямовані доверху, беруть зі знаком плюс, спрямовані донизу – з мінусом. Для правих сил правило знаків зворотне: сили, спрямовані донизу беруть додатними, доверху – від'ємними.

$$Q = \sum_{\text{лев}} F_y = \sum_{\text{прав}} F_y . \quad (8)$$

Інакше правило знаків можна подати за рис. 7. Поперечна сила вважається додатною, якщо обертає розглянуту відсічену частину балки за годинниковою стрілкою, та від'ємною - якщо проти годинникової стрілки.

Згинаючий момент $M = M_z(x)$ відносно головної центральної осі z поперечного перерізу дорівнює алгебраїчній сумі моментів відносно цієї осі усіх зовнішніх навантажень, прикладених до лівої або правої частини балки.

$$M = \sum_{\text{лев}} M_z = \sum_{\text{прав}} M_z . \quad (9)$$

Правило знаків ілюструється рис. 7. Згинаючий момент вважається додатним, якщо відсічена частина вигинається опуклістю донизу (стиснуте волокно вгорі, розтягнуте вниз), та від'ємним - якщо навпаки. При побудові епюри згинаючих моментів їх додатні величини відкладають униз від осі, тобто епюра моментів буде розташована з боку розтягнутого волокна.

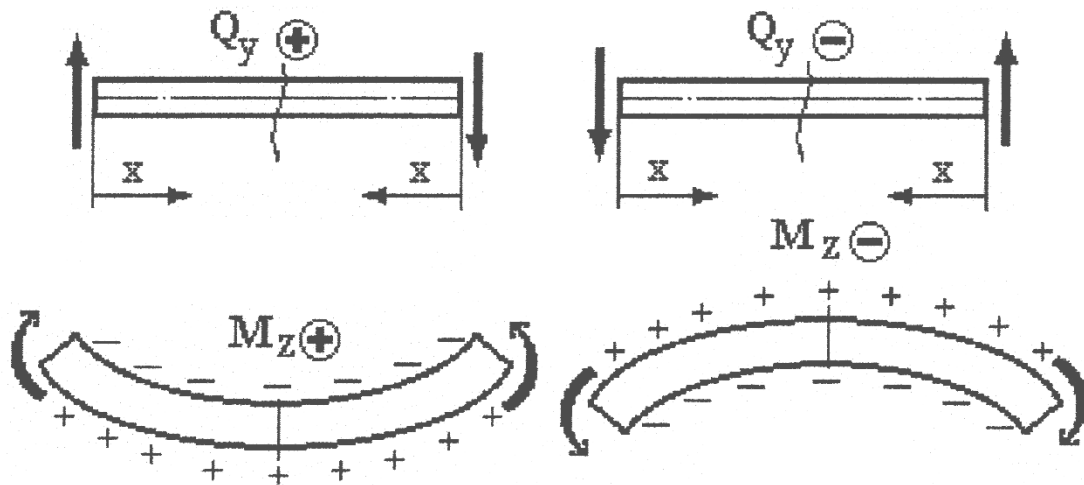


Рис. 7

При визначенні внутрішніх зусиль моменти і проекції сил необхідно визначати від усіх зовнішніх сил, прикладених до балки по один бік від розглянутого поперечного перерізу. До цих сил необхідно включати і реакції опор, що виникають у закріплених точках перерізів. Ці реакції знаходяться з рівнянь рівноваги всієї балки з урахуванням усіх діючих на неї навантажень.

При розрахунках балок на згин необхідно знати розподіл внутрішніх зусиль у поперечних перерізах по її довжині. Цей розподіл найчастіше зображують у вигляді епюр. Епюри при згині будують за загальними правилами аналогічно епюрам подовжньої сили при розтязі-стиску. Кожна ордината епюри M чи Q являє собою величину згинаючого моменту чи поперечної сили у відповідному перерізі балки.

При побудові епюри поперечних сил прийнято додатні значення сили відкладати вгору від осі епюри, а від'ємні – відповідно вниз. При побудові епюри згинаючих моментів, навпаки – додатні значення відкладаються вниз, від'ємні – вгору. Вид епюр поперечних сил і згинаючих моментів залежить від виду зовнішнього навантаження [1, 2, 4]:

1. У перерізі, де до балки прикладена зосереджена сила, значення поперечної сили Q зміниться стрибкоподібно на величину прикладеної

- сили. Коли зосереджена сила спрямована вгору, на епюрі Q маємо стрибок вгору, а коли сила спрямована вниз – стрибок вниз.
2. Якщо до балки прикладений зосереджений момент, значення згинаючого моменту M зміниться стрибкоподібно на величину прикладеного моменту. Коли зосереджений момент спрямований проти годинникової стрілки, на епюрі M маємо стрибок вгору, а коли момент спрямований за годинникової стрілкою – стрибок униз.
 3. Тангенс кута між дотичною до лінії, що обмежує епюру моментів M і віссю епюри, дорівнює поперечній силі Q .
 4. На ділянках балки, де поперечна сила додатна, згинаючий момент зростає, а де вона від'ємна – зменшується.
 5. Чим більше за абсолютною величиною значення поперечної сили, тим крутіше лінія, що обмежує епюру згинаючих моментів.
 6. На ділянці балки, де поперечна сила має постійне значення, епюра моментів обмежена прямою лінією.
 7. Якщо в деякому перерізі балки епюра поперечної сили не має стрибка, то лінії, що обмежують епюру моментів із двох боків, сполучаються без перелому, тобто мають у точці сполучення загальну дотичну.
 8. Якщо в певному перерізі балки епюра поперечної сили має стрибок, то лінії, що обмежують епюру моментів із двох боків мають точку перелому, тобто не мають у точці сполучення загальної дотичної.
 9. На ділянках, де діє зовнішнє розподілене навантаження, згинаючий момент досягає максимуму або мінімуму в перерізах балки, де поперечна сила дорівнює нулю (дотична до лінії, що обмежує епюру моменту, при цьому в розглянутому перерізі буде паралельна осі епюри).
 10. На ділянках, де діє розподілене навантаження, поперечні сили змінюються по довжині балки лінійно, а епюри моментів обмежені кривою лінією.
 11. На ділянках, де розподілене навантаження відсутнє, поперечні сили постійні, а епюри моментів змінюються за лінійним законом.

Розглянемо нормальні напруження, що виникають при плоскому згині в поперечному перерізі балки. З усіх внутрішніх зусиль, що можуть виникати в перерізах, ненульовим буде тільки згинаючий момент, відносно осі, перпендикулярної до осі балки. Цей момент буде зв'язаний з нормальними напруженнями співвідношенням

$$M = \int_A \sigma_y dA. \quad (10)$$

Досвіди дослідження деформацій при згині балок, показують, що:

1. Подовжні лінії викривляються по дузі кола.
2. Поперечні лінії залишаються прямими і при цьому не змінюють свою довжину.
3. Контури поперечних перерізів балки залишаються плоскими;
4. Кут між площинами перерізів та позовжньою віссю балки не змінюється.

На підставі цих спостережень можна дійти висновку, що при чистому згині поперечні перерізи балки залишаються плоскими і повертаються так, що залишаються нормальними відносно вигнутої осі балки. Таким чином, при згині, як і при розтягу-стиску, справедлива гіпотеза плоских перерізів, що має назву „гіпотеза Бернуллі”.

Дослідження деформування балок в умовах згину показує, що при навантаженні балки від'ємним згинаючим моментом верхні волокна балки подовжуються, нижні – коротшають, додатним – навпаки. При цьому можна знайти волокна, довжина яких залишається незмінною. Сукупність таких волокон утворить певний шар, що називається нейтральним. Кожен поперечний переріз перетинається з нейтральним шаром по прямій, яку називають нейтральною лінією перерізу.

При плоскому згині нейтральний шар виявляється перпендикулярним до силової площини, отже, нейтральна лінія перпендикулярна силовій лінії у перерізі, при цьому вона перетинає центр ваги перерізу. Таким чином,

нейтральна лінія збігається з головною центральною віссю перерізу і називається нейтральною віссю.

Для визначення нормальних напружень при чистому згині використання гіпотези плоских перерізів дозволяє дійти висновку, що напруження і відносні деформації пов'язані між собою за законом Гука:

$$\sigma = \epsilon E. \quad (11)$$

Це дозволяє знайти зв'язок між згинаючими моментами та нормальними напруженнями [1, 2]:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_z}, \quad (12)$$

де $I_z = \int_A y^2 dA$ - момент інерції перерізу.

Ця формула визначає нормальні напруження при чистому згині в будь-якій точці перерізу. Отримане співвідношення між нормальними напруженнями і згинаючим моментами демонструє, що яку б форму і розміри не мав поперечний переріз, напруження в точках, що знаходяться на нейтральній осі ($y=0$), дорівнюють нулю. Величина нормального напруження лінійно зростає при віддаленні від нейтральної осі. При цьому напруження не змінюються по ширині перерізу. Отже, максимальна і мінімальна величина нормальних напружень для будь-яких перерізів, що мають горизонтальну вісь симетрії, буде збігатися з точністю до знака.

У розрахунках на міцність мають значення найбільші за абсолютною величиною значення напружень, які виникають у волокнах, які найбільш віддалені від нейтральної осі:

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot y_{\max}}{I}, \quad (13)$$

де y_{\max} - відстань від нейтральної осі до найбільш віддалених точок перерізу.

Таким чином, одержуємо умову міцності при чистому згині:

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}, \quad (14)$$

де $W_z = \frac{I_z}{y_{\max}}$ - осьовий момент опору при згині відносно головної центральної осі – нейтральної осі при згині;

M_{\max} - максимальний згинаючий момент, що виникає в балці під дією зовнішніх навантажень.

Для закріплення теоретичного матеріалу необхідно відповісти на такі питання:

1. Яку деформацію стержня спричиняє додатна поздовжня сила?
2. Яку деформацію стержня спричиняє від'ємна поздовжня сила?
3. Як визначити значення поздовжньої сили в перерізі стержня?
4. Що називається епюрою поздовжніх сил?
5. За яким принципом стержень розбивають на ділянки для побудови епюри поздовжніх сил?
6. Як визначаються нормальні напруження при розтягу (стиску)?
7. За якою залежністю визначається зміна довжини стержня при розтягу (стиску)?
8. Що є жорсткістю перетину при розтязі (стиску)?
9. Що являє собою модуль Юнга?
10. Які величини пов'язує між собою закон Гука?
11. Які поперечні сили вважаються додатними (від'ємними)?
12. Які згинаючі моменти вважаються додатними (від'ємними)?
13. Що називається епюрою поперечних сил?
14. Що називається епюрою згинаючих моментів?
15. За яким принципом стержень розбивають на ділянки для побудови епюри поперечних сил?
16. За яким принципом стержень розбивають на ділянки для побудови епюри згинаючих моментів?
17. Що є жорсткістю перетину при згині?

3. ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

Після перевірки засвоєння теоретичного матеріалу необхідно розглянути приклади розрахунків стержнів на розтяг – стиск та згин.

Приклад 1.

Побудувати епюру поздовжніх сил для стержня, який зображено на рис. 8,а.

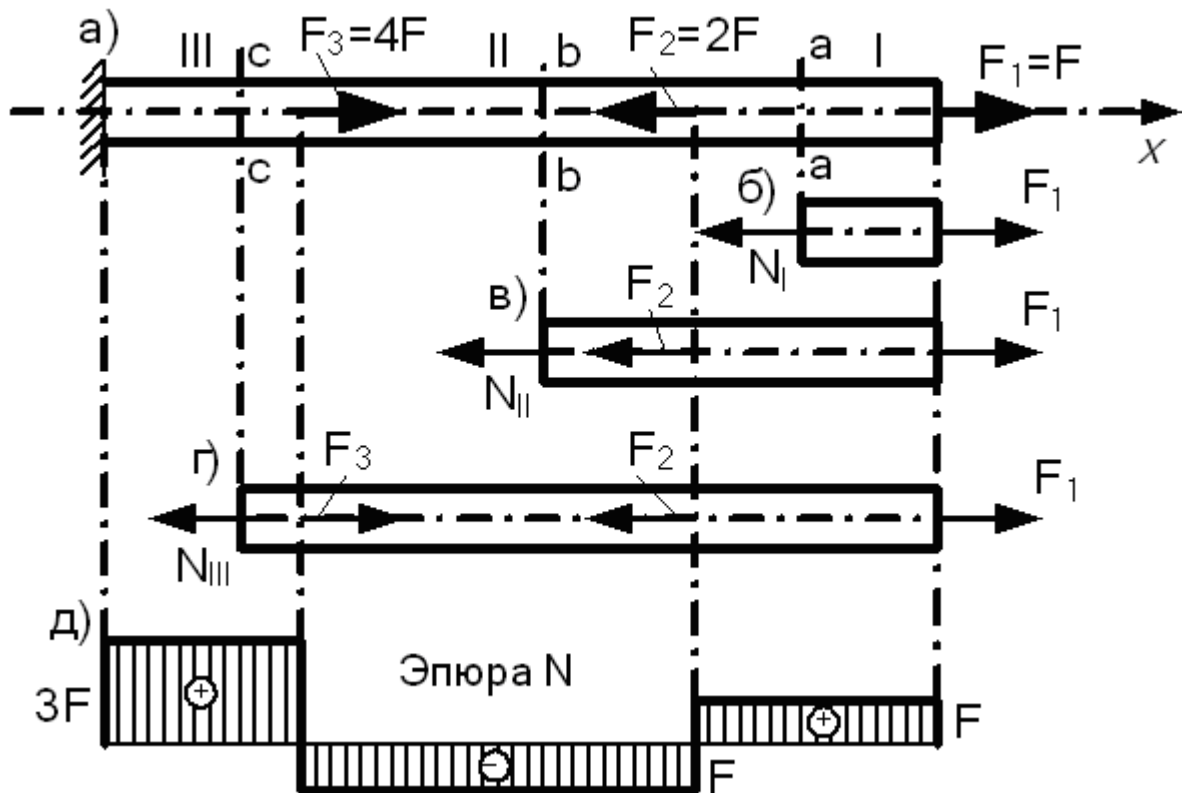


Рис. 8

Розв'язання.

Розбиваємо стержень на ділянки, починаючи з вільного кінця стержня. Межами ділянок є перерізи, до яких прикладені зовнішні сили. Застосовуємо метод перерізів, залишаємо праву і відкидаємо ліву частину стержня: це дозволяє не визначати реакцію затиснення. Проведення довільного перерізу а-а на ділянці I дозволяє скласти для частини стержня, яка зображена окремо на рис. 8,б, рівняння рівноваги

$$\sum X = 0$$

або

$$F - N_I = 0.$$

Звідки

$$N_I = F$$

У всіх поперечних перерізах цієї ділянки поздовжня сила стала. Те саме стосується решти ділянок стержня, тому неістотно, де проводити переріз в межах тієї або іншої ділянки.

Проведення перерізу в-в на ділянці II і розглядання правої частини стержня (рис. 8,в) дозволяють з рівняння рівноваги

$$\sum X = F_1 - F_2 - N_{II} = F - 2F - N_{II} = 0$$

визначити

$$N_{II} = -F.$$

Знак мінус вказує на те, що напрямок сили N_{II} протилежний зображеному на рис. 8,в. Сила N_{II} спрямована до перерізу, отже ділянка II зазнає стиску.

Аналогічно визначаємо поздовжню силу у довільному перерізі с-с ділянки III (рис. 8,г)

$$N_{III} = 3F.$$

Для визначення поздовжніх сил нема необхідності кожного разу зображати окремо відсічену частину стержня, потрібно знайти алгебраїчну суму проекцій на вісь стержня зовнішніх сил, прикладених з одного боку перерізу (справа або зліва).

Застосовуючи метод перерізів, можна було кожного разу залишати ліву і відкидати праву частину стержня. У такому випадку розв'язання потрібно починати з визначення реакції затиснення (рис. 8,а) тому, що ця реакція є однією з зовнішніх сил, які прикладені до залишеної (лівої) частини стержня.

Для побудови епюри N проводимо вісь абсцис графіка (вісь або базу епюри) паралельно осі стержня (рис. 8,д). У межах кожної ділянки поздовжня сила стала, тобто епюра паралельна осі абсцис. Значення поздовжніх сил відкладаємо в обраному масштабі від осі епюри. Додатні значення N (розтяг) відкладаємо вгору, а від'ємні – вниз від осі.

У місцях прикладання зосереджених сил на епюрі виходять стрибкоподібні зміни ординат – „стрибки”. Значення „стрибка” дорівнює прикладеній у відповідному місці стержня зовнішній зосередженій силі. При навантаженні стержня зосередженими силами епюра N завжди має такий характер як і у розглянутому прикладі. Епюру прийнято штрихувати. Лінії штриховки перпендикулярні до осі епюри. Кожна лінія штриховки (ордината графіка) у прийнятому масштабі означає величину поздовжньої сили у відповідному поперечному перерізі стержня.

Приклад 2.

Для стержня зі ступінчасто-змінним поперечним перерізом (рис. 9,а) побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень.

Розв’язання.

Застосовуємо метод перерізів і визначаємо поздовжні сили в поперечних перерізах стержня. Побудова епюри N (рис. 9,б) принципово нічим не відрізняється від розглянутої у прикладі 1.

Величини нормальних напружень визначаємо за формулою (2). Значення сил підставляємо у кілоньютонах, а площ – у квадратних сантиметрах.

Для ділянки I

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_1} = \frac{80}{5} = 16 \text{кН/см}^2,$$

для ділянки II

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{80}{8} = 10 \text{кН/см}^2,$$

для ділянки III

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{120}{8} = 15 \text{кН/см}^2.$$

Аналогічно визначаємо:

$$\sigma_{IV} = 12 \text{кН/см}^2 \text{ і } \sigma_V = 7 \text{кН/см}^2.$$

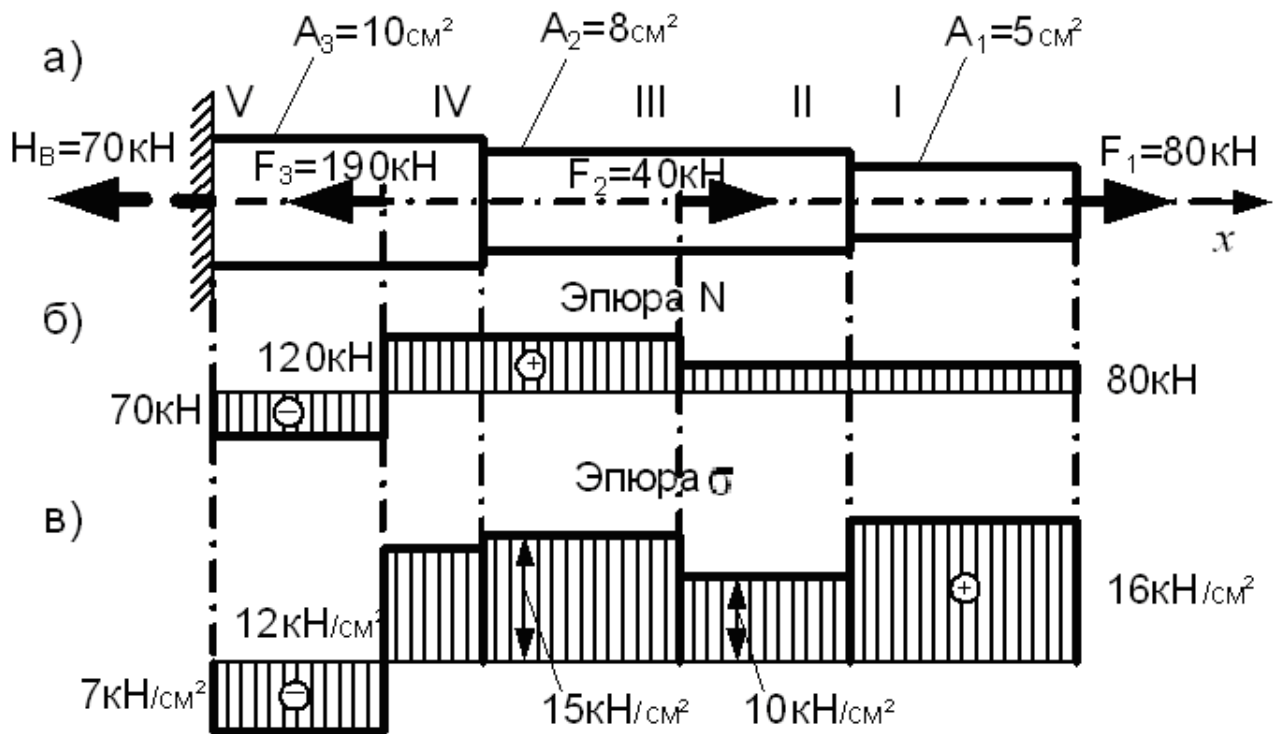


Рис. 9

У межах кожної ділянки напруження сталі, тому епюра на ділянках паралельна осі абсцис (рис. 9, в).

Для розрахунків на міцність важливими є ті перерізи, в яких виникають найбільші напруження. У розглянутому випадку вони не співпадають з перерізами, де поздовжні сили найбільші.

У тих випадках, коли переріз стержня по всій його довжині сталий, епюра σ подібна епюрі N, відрізняється тільки масштабом, і має сенс побудувати тільки одну із зазначених епюр.

Приклад 3.

Побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень, визначити подовження стержня, який зображено на рис. 10,а.

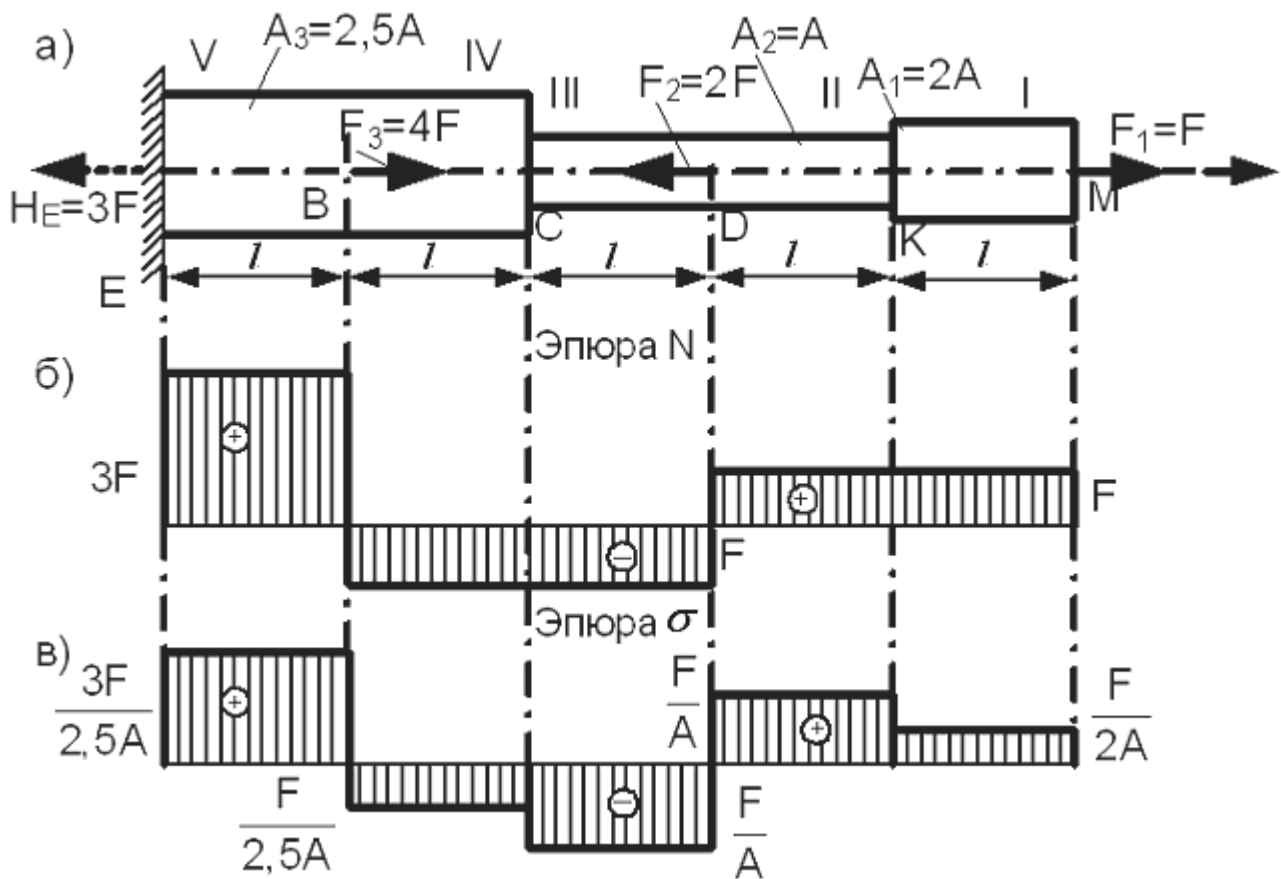


Рис. 10

Розв'язання.

Розбиваємо стержень на ділянки, починаючи з його вільного кінця. Межами ділянок є перерізи, до яких прикладені зовнішні сили, і місця зміни розмірів перерізів.

Будуємо епюри поздовжніх сил (рис. 10,б) і нормальних напружень (рис. 10,в) подібно до прикладів 1 і 2.

Для визначення зміни (подовження чи вкорочення) довжини стержня користуємося співвідношенням (6). Зміну довжини кожної ділянки стержня визначаємо за формулою (5)

$$\Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_I}{E A_I} = \frac{F \cdot l}{E \cdot 2A}, \quad \Delta l_{II} = \frac{N_{II} \cdot l_{II}}{E A_{II}} = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}, \quad \Delta l_{III} = \frac{N_{III} \cdot l_{III}}{E A_{III}} = \frac{-F \cdot l}{E \cdot A},$$

$$\Delta l_{IV} = \frac{N_{IV} \cdot l_{IV}}{E A_{IV}} = \frac{-F \cdot l}{E \cdot 2,5A}, \quad \Delta l_V = \frac{N_V \cdot l_V}{E A_V} = \frac{3F \cdot l}{E \cdot 2,5A}.$$

Тоді для стержня:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 + \Delta l_5 = 1,3 \frac{F \cdot l}{E \cdot A}.$$

Приклад 4.

Побудувати епюру нормальних напружень, визначити подовження стержня, перевірити міцність стержня, який зображено на рис. 11,а, якщо $F_I = 40 \text{ кН}$; $F_{II} = 20 \text{ кН}$; $F_{III} = 70 \text{ кН}$; $l_I = 1,0 \text{ м}$; $l_{II} = 0,8 \text{ м}$; $l_{III} = 0,8 \text{ м}$; $A_I = 5 \text{ см}^2$; $A_{II} = 3 \text{ см}^2$; $A_{III} = 4 \text{ см}^2$; $E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$.

Розв'язання.

Розбиваємо стержень на ділянки, починаючи з його вільного кінця. Застосовуємо метод перерізів і визначаємо поздовжні сили N в поперечних перерізах на кожній ділянці: залишаємо ліву і відкидаємо праву частину стержня. Будуємо епюру нормальних напружень (рис. 11,б) подібно до прикладу 3. Значення нормальних напружень на кожній ділянці стержня:

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_I} = -\frac{F_I}{A_I} = -\frac{40}{5} = -8 \text{ кН/см}^2;$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{F_2 - F_1}{A_2} = \frac{20 - 40}{3} = -6,67 \text{ кН/см}^2;$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{F_2 - F_1}{A_3} = \frac{20 - 40}{4} = -5 \text{ кН/см}^2;$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{A_3} = \frac{F_2 + F_3 - F_1}{A_3} = \frac{20 + 70 - 40}{4} = 12,5 \text{ кН/см}^2.$$

Для визначення зміни довжини стержня обчислюємо зміни (подовження чи вкорочення) довжини кожної ділянки стержня. Підставляємо значення сил в кілоньютонах, площ в квадратних сантиметрах, довжину стержня в сантиметрах, припустимі нормальні напруження і модуль пружності в кілоньютонах, поділених на квадратні сантиметри.

Враховуємо, що $1 \text{ МПа} = 0,1 \text{ КН/см}^2$:

$$\Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_1}{E A_1} = \frac{40 \cdot 1,00}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 5} = -0,04 \text{ см}; \quad \Delta l_{II} = \frac{N_{II} \cdot l_2}{E A_2} = -\frac{20 \cdot 80}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 3} = -0,027 \text{ см};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{III} \cdot l_3/2}{E A_3} = -\frac{20 \cdot 40}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 4} = -0,01 \text{ см}; \quad \Delta l_{IV} = \frac{N_{IV} \cdot l_3/2}{E A_3} = \frac{50 \cdot 40}{2,0 \cdot 10^4 \cdot 4} = 0,025 \text{ см}.$$

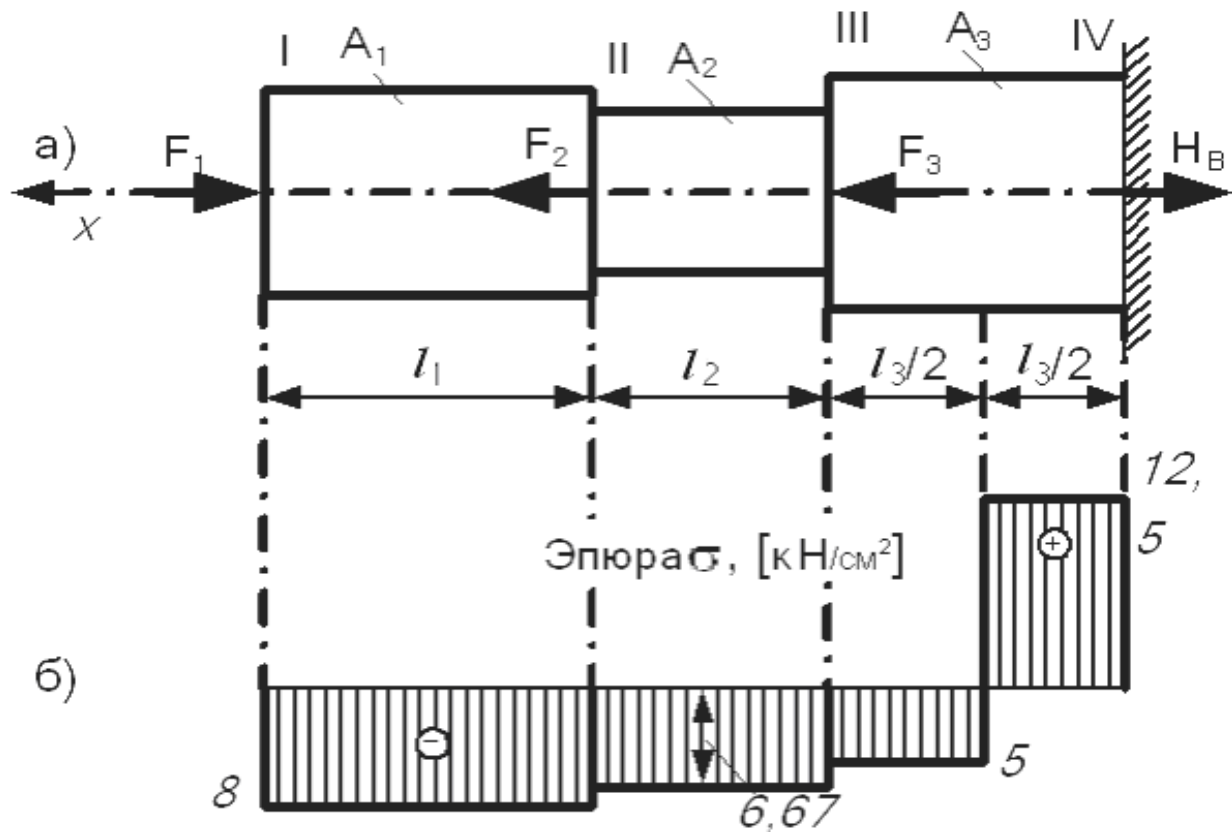


Рис. 11

Зміна довжини стержня:

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} = -0,04 - 0,027 - 0,01 + 0,025 = -0,052 \text{ см}$$

Знак мінус вказує, що довжина стержня зменшилася, стержень вкоротився.

Для перевірки міцності стержня порівнюємо найбільші нормальні напруження, які діють в стержні (σ_{IV}), з допустимими нормальними напруженнями ($[\sigma]$):

$$\sigma_{IV} = 12,5 \frac{\text{КН}}{\text{см}^2} < [\sigma] = 14 \frac{\text{КН}}{\text{см}^2}.$$

Умова міцності (3) виконується – міцність стержня забезпечена.

Приклад 5.

Для системи двох шарнірно з'єднаних стержнів, навантажених, як зображено на рис. 12,а , визначити зусилля в стержнях. З умов міцності підібрати перерізи стержнів, якщо $E = 1,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$, $F = 75 \text{ кН}$, $l = 3 \text{ м}$, $a = 2 \text{ м}$, $h = 1,5 \text{ м}$. Знайти подовження стержнів.

Розв'язання.

Вирізаємо вузол А (рис. 12,б). Невідомі зусилля, N_1 і N_2 , як завжди, вважаємо розтягуючими (спрямованими від вузла). Складаємо два рівняння рівноваги:

$$\Sigma X = 0; \quad N_2 \sin \alpha - N_1 = 0, \quad \Sigma Y = 0; \quad N_2 \cos \alpha - F = 0.$$

Звідки

$$N_2 = \frac{F}{\cos \alpha}; \quad N_1 = N_2 \sin \alpha = \frac{F \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Значення тригонометричних функцій визначаємо за схемою з'єднання стержнів:

$$\sin \alpha = \frac{a}{l_2} = \frac{2}{2,5} = 0,8; \quad \cos \alpha = \frac{h}{l_2} = \frac{1,5}{2,5} = 0,6;$$

де $l_2 = \sqrt{a^2 + h^2} = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = 2,5 \text{ м}$ - довжина стержня 2.

Отже маємо:

$$N_2 = \frac{75}{0,6} = 125 \text{ кН}, \quad N_1 = \frac{75 \cdot 0,8}{0,6} = 100 \text{ кН}.$$

Додатні значення сил N_1 і N_2 підтверджують, що стержні 1 і 2 розтягуються. Якщо результатом розрахунку буде від'ємне значення поздовжньої сили, це означає, що стержень стискується.

З умов міцності (4) визначаємо потрібну площу поперечного перерізу для кожного стержня:

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{100}{140 \cdot 0,1} = 7,14 \text{ см}^2; \quad A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{125}{140 \cdot 0,1} = 8,93 \text{ см}^2.$$

Тепер визначаємо подовження для кожного стержня за формулою (5):

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E A_1} = \frac{100 \cdot 200}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 7,14} = 0,16 \text{ см}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E A_2} = \frac{125 \cdot 250}{1,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 8,93} = 0,19 \text{ см};$$

де довжини стержнів підставлені у сантиметрах:

$$l_1 = l = 2 \text{ м} = 200 \text{ см}; \quad l_2 = 2,5 \text{ м} = 250 \text{ см},$$

а модуль пружності у кілоньютонах, розділених на квадратні сантиметри.

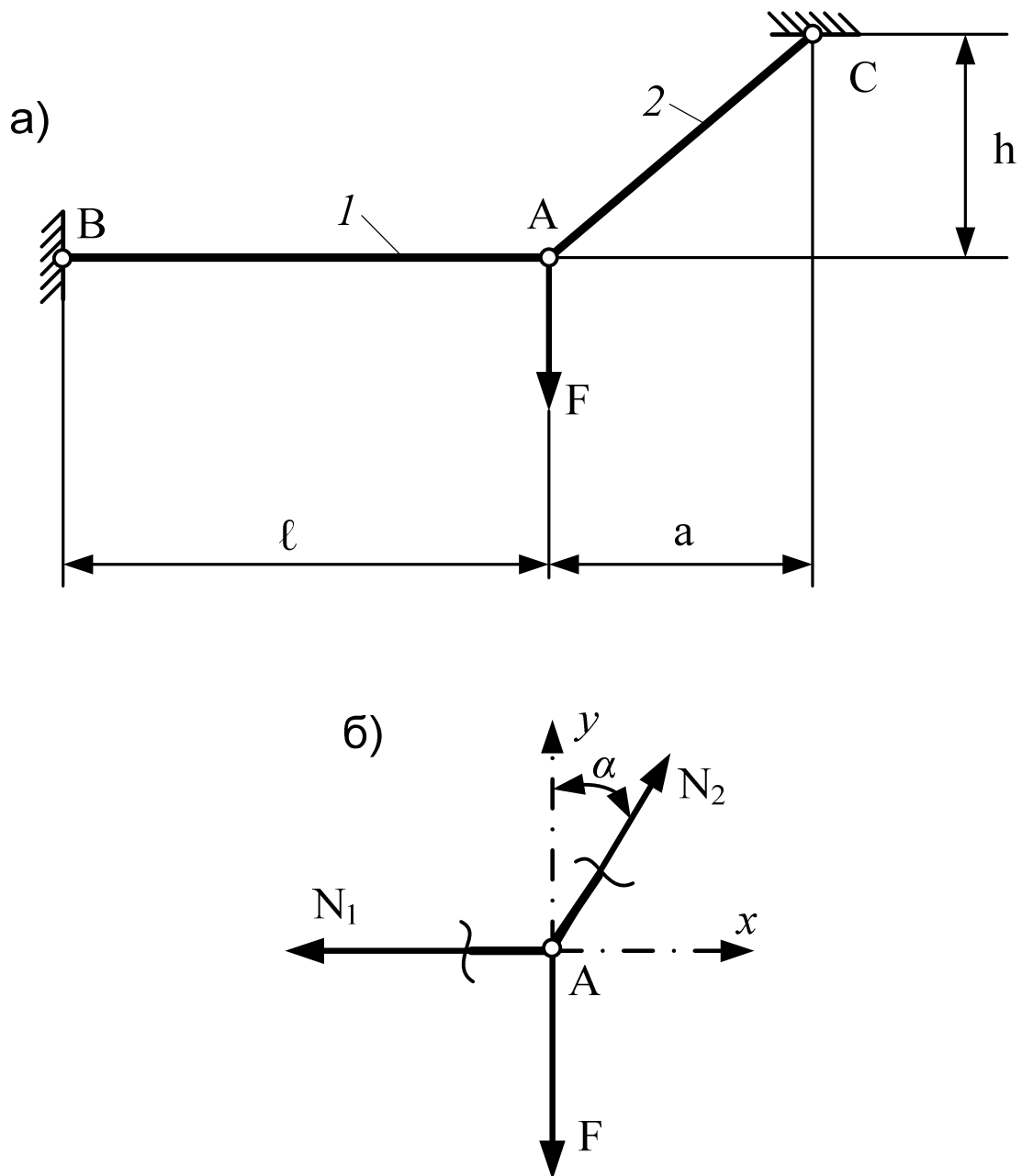


Рис. 12

Приклад 6.

Побудувати епюру внутрішніх зусиль для балки, наведеної на рис. 13,а і визначити максимальні значення внутрішніх зусиль, що діють у балці, якщо $F=40$ кН.

Розв'язання.

Розрахунок починаємо з визначення опорних реакцій R_A і R_B балки, яка є однопрогінною балкою. У цьому випадку використаємо рівняння моментів сил відносно точок А і В балки:

$$\sum M_A = R_B \cdot 6.4 - F \cdot 2.4 = 0; \quad R_B = \frac{F \cdot 2.4}{6.4} = \frac{40 \cdot 2.4}{6.4} = 15 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = -R_A \cdot 6.4 + F \cdot 4 = 0; \quad R_A = \frac{F \cdot 4}{6.4} = \frac{40 \cdot 4}{6.4} = 25 \text{ кН}.$$

Для перевірки візьмемо суму проєкцій сил на вісь у:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= R_A - F + R_B = 0, \\ 25 - 40 + 15 &= 0, \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

Реакції R_A і R_B визначено вірно.

Перед побудовою епюр внутрішніх зусиль балку розіб'ємо на ділянки.

Межами ділянок повинні бути точки прикладання зосереджених сил і моментів, а також початок і кінець розподілених навантажень. У нашому прикладі на балці таких ділянок дві.

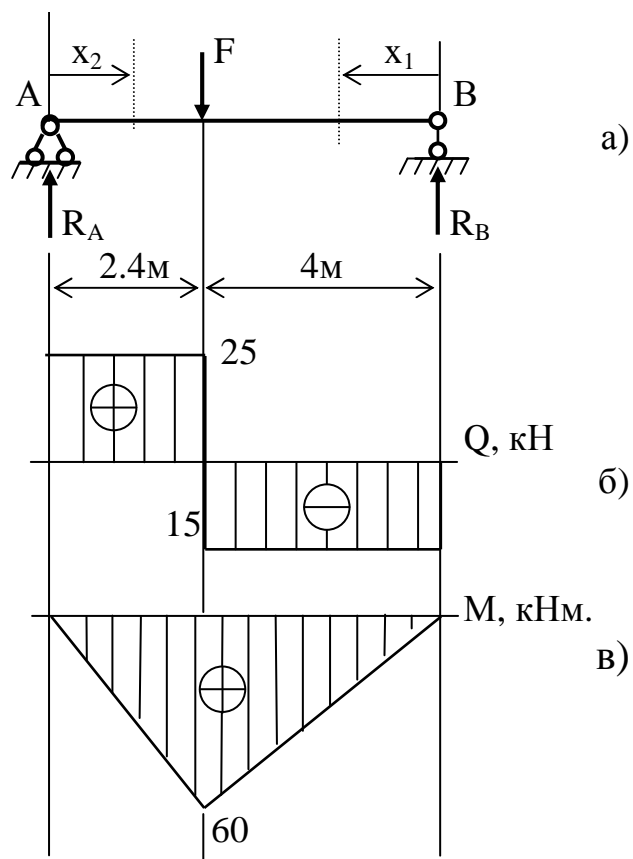


Рис. 13

Правила знаків для визначення внутрішніх зусиль наведені на рис. 7.

Спочатку побудуємо епюру поперечних сил. Нагадаємо, що поперечна сила у перерізі дорівнює алгебраїчній сумі проекцій лівих (правих) сил на нормаль до осі балки. Для цієї балки потрібно перерізи проводити двічі, на кожній ділянці окремо. Потім розглядати ту частину умовно розрізаної балки, на котру діє менше зовнішніх сил.

Для перерізів з координатами x_1 і x_2 отримаємо:

при $0 \leq x_1 \leq 4\text{м}$ $Q(x_1) = -R_B = -15 \text{ кН};$

при $0 \leq x_2 \leq 2.4\text{м}$ $Q(x_2) = R_A = 25 \text{ кН}.$

За одержаними значеннями на рис. 13,б побудовано епюру поперечних сил Q .

Побудуємо далі епюру згинаючих моментів. Нагадаємо, що на кожній ділянці згинаючий момент у перерізі дорівнює алгебраїчній сумі моментів лівих (правих) сил відносно центра ваги перерізу.

Для прийнятих перерізів балки маємо:

за $0 \leq x_1 \leq 4\text{м}$ $M(x_1) = R_B \cdot x_1 = 15x_1;$

$$M(x_1=0)=0; M(x_1=4)=15 \cdot 4=60 \text{ кНм};$$

за $0 \leq x_2 \leq 2.4\text{м}$ $M(x_2) = R_A \cdot x_2 = 25x_2;$

$$M(x_2=0)=0; M(x_2=2.4)=25 \cdot 2.4=60 \text{ кНм}.$$

На кожний з ділянок залежності $M(x_1)$ і $M(x_2)$ є лінійними. Тому з'єднаємо отримані точки прямими та побудуємо епюру. Її наведено на рис. 13,в.

Максимальні значення поперечної сили і згинаючого моменту: $Q_{\max}=25 \text{ кН}$, $M_{\max}=60 \text{ кНм}$.

Приклад 7.

Підібрати двотавровий переріз сталеві балки, наведеної на рис. 14,а з умови міцності. Допустимі напруження взяти $[\sigma]=16 \text{ кН/см}^2$, а зовнішні сили $F_1=15 \text{ кН}$, $F_2=25 \text{ кН}$.

Розв'язання.

Для побудови епюр поперечної сили Q і згинаючого моменту M визначимо реакції опор в точках В і С балки, яка є однопрогінною з двома консолями.

При визначенні опорних реакцій використовуємо рівняння моментів сил відносно точок В і С:

$$\sum M_B = F_1 \cdot 0.8 - q \cdot 4.6 \cdot 5.3 + R_C \cdot 6 - F_2 \cdot 7.6 = 0;$$

$$R_C = \frac{-F_1 \cdot 0.8 + q \cdot 24.38 + F_2 \cdot 7.6}{6} = \frac{-15 \cdot 0.8 + 20 \cdot 24.38 + 25 \cdot 7.6}{6} = 110.93 \text{ кН};$$

$$\sum M_C = F_1 \cdot 6.8 - R_B \cdot 6 + q \cdot 4.6 \cdot 0.7 - F_2 \cdot 1.6 = 0;$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 6.8 + q \cdot 3.22 - F_2 \cdot 1.6}{6} = \frac{15 \cdot 6.8 + 20 \cdot 3.22 - 25 \cdot 1.6}{6} = 21.07 \text{ кН}.$$

Для перевірки складемо рівняння проєкцій сил у напрямку осі у:

$$\sum F_y = -F_2 + R_B - q \cdot 4.6 + R_C - F_1 = 0,$$

$$-15 + 21.07 - 20 \cdot 4.6 + 110.93 - 25 = 0,$$

$$0 = 0.$$

З останньої тотожності випливає, що опорні реакції визначено вірно.

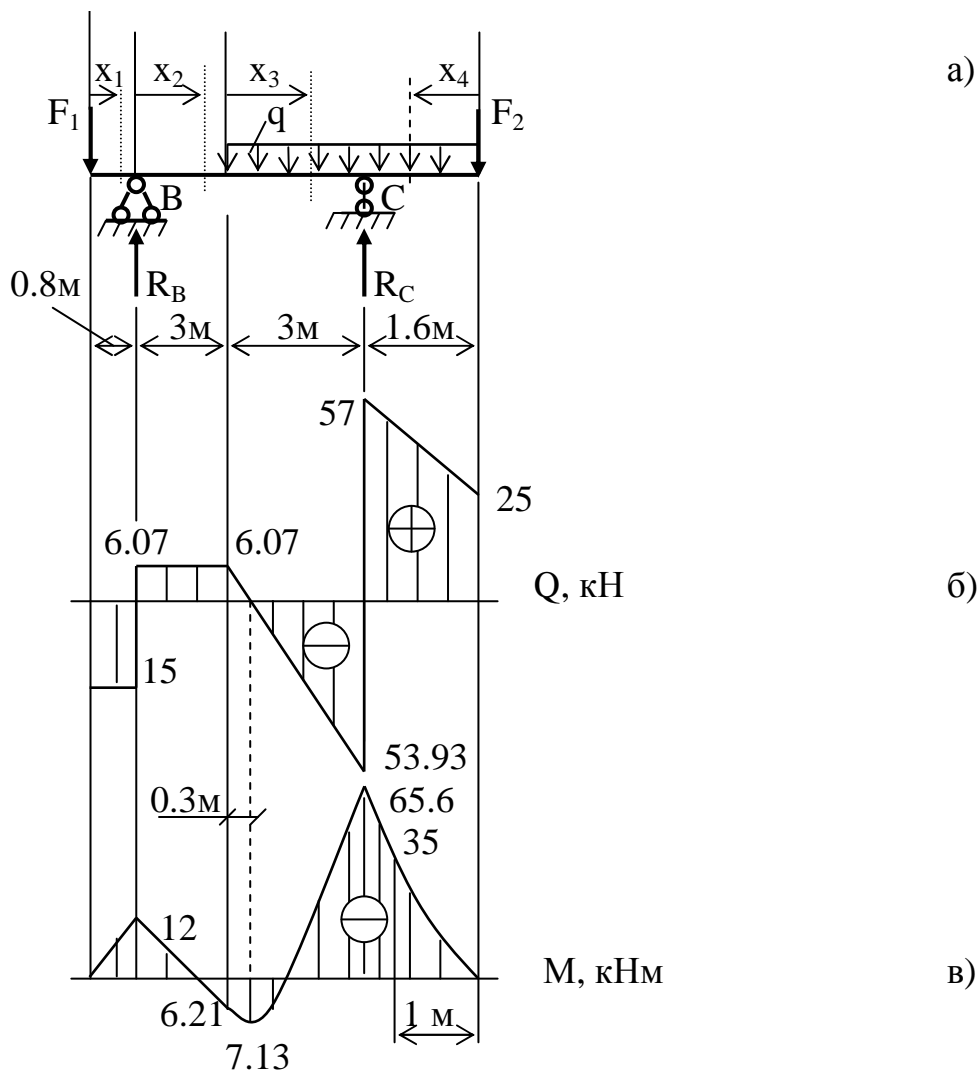


Рис. 14

Перед побудовою епюр внутрішніх зусиль балку розбиваємо на ділянки.

У нашому прикладі на балці таких ділянок чотири.

Спочатку побудуємо епюру поперечних сил. Для побудови епюри розглянемо чотири перерізи балки з координатами x_1, x_2, x_3, x_4 :

за $0 \leq x_1 \leq 0.8\text{м}$ $Q(x_1) = -F_1 = -15 \text{ кН};$

за $0 \leq x_2 \leq 3\text{м}$ $Q(x_2) = -F_1 + R_B = -15 + 21.07 = 6.07 \text{ кН};$

за $0 \leq x_3 \leq 3\text{м}$ $Q(x_3) = -F_1 + R_B - qx_3 = -15 + 21.07 - 20x_3 = 6.07 - 20x_3,$
 $Q(x_3=0) = 6.07 \text{ кН}, \quad Q(x_3=3) = 6.07 - 20 \cdot 3 = -53.93 \text{ кН};$

за $0 \leq x_4 \leq 1.6\text{м}$ $Q(x_4) = F_2 + qx_4 = 25 + 20x_4 = 25 + 20x_4,$
 $Q(x_4=0) = 25 \text{ кН}, \quad Q(x_4=1.6) = 25 + 20 \cdot 1.6 = 57 \text{ кН}.$

За одержаними даними будуємо епюру Q (рис. 14, б).

Далі будуємо епюру згинаючих моментів.

Для наведених перерізів буде:

за $0 \leq x_1 \leq 0.8\text{м}$ $M(x_1) = -F_1 \cdot x_1 = -15x_1$ (залежність лінійна),
 $M(x_1=0) = 0, \quad M(x_1=0.8) = -15 \cdot 0.8 = -12 \text{ кНм};$

за $0 \leq x_2 \leq 3\text{м}$ $M(x_2) = -F_1(x_2 + 0.8) + R_B x_2 = -15(x_2 + 0.8) + 21.07x_2 =$
 $= 6.07x_2 - 12$ (залежність лінійна),
 $M(x_2=0) = -12 \text{ кНм}, \quad M(x_2=3) = 6.07 \cdot 3 - 12 = 6.21 \text{ кНм};$

за $0 \leq x_3 \leq 3\text{м}$ $M(x_3) = -F_1(x_3 + 3.8) + R_B(3 + x_3) - q \frac{x_3^2}{2} =$
 $= -15(x_3 + 3.8) + 21.07(3 + x_3) - 20 \frac{x_3^2}{2} =$
 $= 6.21 + 6.07x_3 - 10x_3^2$ (залежність квадратична),
 $M(x_3=0) = 6.21 \text{ кНм},$
 $M(x_3=3) = 6.21 + 6.07 \cdot 3 - 10 \cdot 9 = -65.58 \text{ кНм}.$

за $0 \leq x_4 \leq 1.6\text{м}$ $M(x_4) = -F_2 \cdot x_4 - q \frac{x_4^2}{2} = -25x_4 - 20 \frac{x_4^2}{2} =$
 $= -25x_4 - 10x_4^2$ (залежність квадратична),
 $M(x_4=0) = 0, \quad M(x_4=1.6) = -25 \cdot 1.6 - 10 \cdot 1.6^2 = -65.6 \text{ кНм}$

Щоб побудувати епюру $M(x_3)$ на ділянці з розподіленим навантаженням, потрібно побудувати криву – параболу другого порядку. Для цього необхідно не менше трьох точок для $M(x_3)$. Дві з них вже визначено: $M(x_3=0)=6.21$ кНм і $M(x_3=3)=-65.58$ кНм. Третє значення M визначаємо для перерізу з координатою x_3^* , у якому поперечна сила дорівнює нулю, тобто момент має екстремальне значення:

$$Q(x_3^*)=6.07-20x_3^*=0.$$

$$\text{Звідси: } x_3^*=6.07/20=0.3 \text{ м.}$$

Тоді:

$$M(x_3^*=0.3)=6.21+6.07\cdot0.3-10\cdot0.3^2=7.13 \text{ кНм.}$$

На ділянці $0\leq x_3\leq 3\text{м}$ друга похідна $d^2M/dx_3^2=-20$, тобто від’ємна, тому в перерізі x_3 маємо максимум згинаючого моменту на ділянці.

Для четвертої ділянки епюра $M(x_4)$ також криволінійна, тому на цій ділянці знову визначимо значення моменту $M(x_4)$ у трьох точках. Поперечна сила на ділянці не має значення $Q=0$, тому третю точку обираємо довільно, наприклад $x_4=1$:

$$M(x_4=1)=-25\cdot1-10\cdot1^2=-35 \text{ кНм.}$$

Епюра M наведена на рис. 14, в.

Підберемо тепер переріз балки. Найбільший за модулем згинаючий момент, що виникає в балці, дорівнює $M_{\max}=65.6$ кНм=6560 кН см. З умови міцності при згині (14):

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6560}{16} = 410 \text{ см}^3.$$

За сортаментом ДСТУ 8239-89 (див. додаток) приймаємо двотавр №30, для якого момент опору згину $W=472 \text{ см}^3$.

Приклад 8.

Схема навантаження та розміри балки наведені рис. 15, а. Необхідно підібрати поперечний переріз двотаврової сталевий балки при $[\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$, а також балок з деревини прямокутного та круглого перерізу при $[\sigma] = 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$.

Розв'язання.

Визначимо опорні реакції балки, складаючи рівняння моментів відносно точок А і В:

$$\sum M_A = F \cdot 3.0 - q \cdot 5.0 \cdot 2.5 - M + R_B \cdot 5.0 = 0,$$

$$R_B = \frac{-20 \cdot 3.0 + 20 \cdot 5.0 \cdot 2.5 + 30}{5.0} = 44 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = F \cdot 8.0 - R_A \cdot 5.0 + q \cdot 5.0 \cdot 2.5 - M = 0,$$

$$R_A = \frac{20 \cdot 8.0 + 20 \cdot 5.0 \cdot 2.5 - 30}{5.0} = 76 \text{ кН.}$$

Для перевірки складемо рівняння $\sum F_y = 0$,

$$-F + R_A - q \cdot 5.0 + R_B = -20 + 76 - 20 \cdot 5.0 + 44 = 0,$$

отже опорні реакції знайдені вірно.

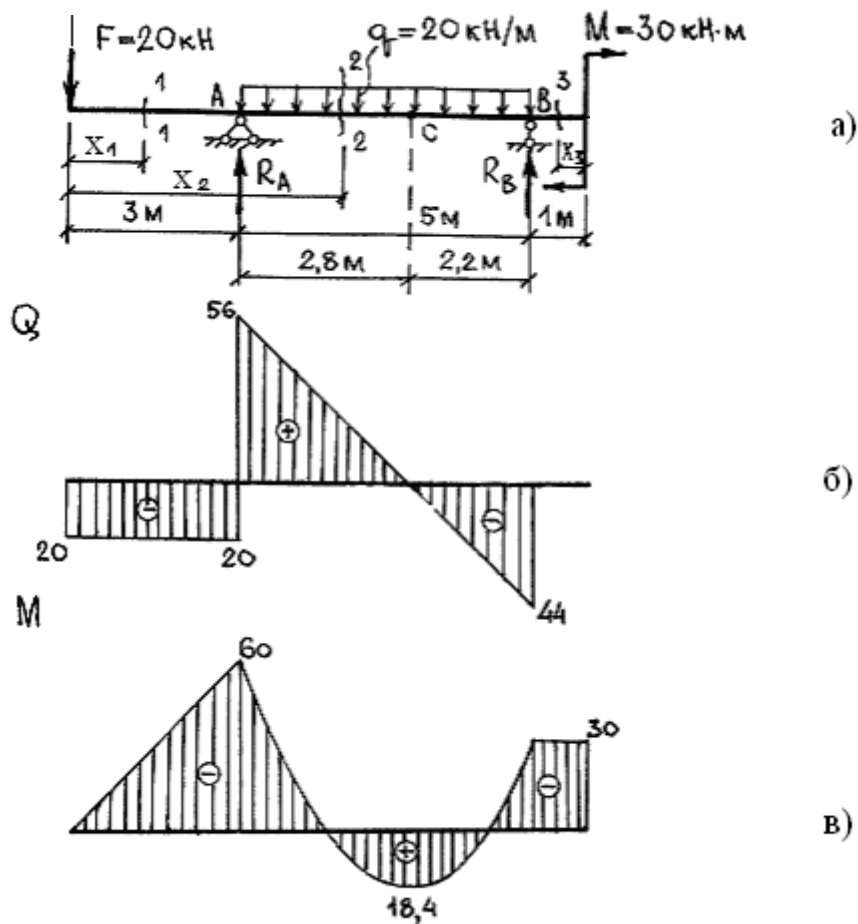


Рис. 15

Для визначення внутрішніх силових факторів Q і M розбиваємо балку на три ділянки і розглядаємо перерізи 1-1, 2-2, 3-3 на них.

Переріз 1-1, $0 < x_1 < 3,0$ м.

Розглядаючи рівновагу лівої частини балки отримуємо:

$$Q(x_1) = -F = -20 \text{ кН.}$$

Із одержаного розв'язання можна дійти висновку, що поперечна сила на цій ділянці є постійною, тому її графічне зображення буде прямою лінією, паралельною осі x . Будуємо епюру $Q(x_1)$.

Згинаючі моменти на ділянці одержимо, взявши суму моментів лівих сил відносно перерізу 1-1:

$$M(x_1) = -F \cdot x_1 \text{ (залежність лінійна).}$$

Відповідну епюру одержимо за значеннями моментів у двох точках:

при $x_1 = 0$ $M(x_1 = 0) = 0$;

при $x_1 = 3,0$ м $M(x_1 = 3,0) = -20 \cdot 3,0 = -60$ кНм

Будуємо епюру $M(x_1)$.

Переріз 2-2 $3,0 \text{ м} < x_2 < 8,0$ м.

Поперечна сила на цій ділянці описується рівнянням

$$Q(x_2) = -F + R_A - q(x_2 - 3,0)$$

і змінюється за лінійним законом:

при $x_2 = 3,0$ м $Q(x_2) = -F + R_A = -20 + 76 = 56$ кН;

при $x_2 = 8,0$ м $Q(x_2) = -F + R_A - q \cdot 5,0 = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 = -44$ кН.

Будуємо епюру $Q(x_2)$.

Згинаючий момент на ділянці визначається виразом:

$$M(x_2) = -F \cdot x_2 + R_A(x_2 - 3,0) - q \frac{(x_2 - 3,0)^2}{2} \text{ (квадратична парабола)}$$

при $x_2 = 3,0$ м $M(x_2) = -F \cdot 3,0 = -20 \cdot 3,0 = -60$ кНм.

при $x_2 = 8,0$ м $M(x_2) = -F \cdot x_2 + R_A \cdot 5,0 - q \frac{5,0^2}{2} =$

$$= -20 \cdot 8,0 + 76 \cdot 5,0 - \frac{5,0^2}{2} = -30 \text{ кНм.}$$

Максимальний згинаючий момент знаходиться в перерізі, де поперечна сила $Q(x_2)$ обертається на нуль. Виходячи з цього, одержуємо

$$Q(x_2^*) = -F + R_A - q(x_2^* - 3,0) = -20 + 76 - 20(x_2^* - 3,0) = 0, \quad x_2^* = 5,8 \text{ м.}$$

Отже маємо:

$$\begin{aligned} M(x_2^* = 5,8) &= -F \cdot x_2 + R_A(x_2 - 3,0) - q \frac{(x_2 - 3,0)^2}{2} = \\ &= -20 \cdot 5,8 + 76(5,8 - 3,0) - 20 \frac{(5,8 - 3,0)^2}{2} = 18,4 \text{ кНм} \end{aligned}$$

Будуємо епюру $M(x_2)$ за трьома точками.

Переріз 3-3, $0 < x_3 < 1,0$ м.

поперечна сила $Q(x_3) = 0;$

згинальний момент $M(x_3) = -M = -30 \text{ кНм}$

Будуємо епюри $Q(x_3)$ і $M(x_3)$.

Поперечні перерізи балки підбираємо за максимальним за модулем значенням згинаючого моменту, яке дорівнює 60 кНм.

Для сталевих балки

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6000}{16} = 375 \text{ см}^3.$$

За сортаментом ДСТУ 8239-89 (див. додаток) обираємо двотавр № 27а, для якого $W = 407 \text{ см}^3$.

Для дерев'яної балки:

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{6000}{1} = 6 \cdot 10^3 \text{ см}^3.$$

Момент опору прямокутного перерізу при $h = 2b$:

$$W = \frac{bh^3}{12} = \frac{h/2 \cdot h^3}{12} = \frac{h^4}{24},$$

отже одержимо

$$\frac{h^4}{24} \geq 6 \cdot 10^3, \quad h \geq \sqrt[4]{24 \cdot 6 \cdot 10^3} = 41.6 \text{ см}, \quad b = h/2 = 41.6/2 = 20.8 \text{ см}.$$

Для дерев'яної балки круглого перерізу

$$W = \frac{\pi d^4}{32},$$

отже:

$$\frac{\pi d^4}{32} \geq 6 \cdot 10^3, \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 6 \cdot 10^3}{3.14}} = 39.4 \text{ см}.$$

4. ВИХІДНІ ДАНІ І ВКАЗІВКИ ДО КОНТРОЛЬНИХ ЗАВДАНЬ.

Контрольних робіт з основ теорії споруд передбачено дві (за темами: розтяг-стиск та згин). Кожна робота складається з двох задач. Вихідні дані до завдання необхідно взяти з табл. 1...4 та рис. 16...19 за вказівками викладача.

Для виконання задачі 1 вихідні дані взяти з табл.1 та рис. 16. Для заданого стержня потрібно: побудувати епюру нормальних напружень; визначити подовження стержня, перевірити міцність стержня.

Для виконання задачі 2 вихідні дані взяти з табл. 2 та рис. 17. Для заданої схеми потрібно: визначити зусилля в стержнях, підібрати перерізи стержнів з умов міцності, визначити подовження стержнів.

Для виконання задачі 3 вихідні дані взяти з табл.3 та рис. 18. Для заданої балки потрібно: побудувати епюру поперечних сил і згинаючих моментів. Епюри балок з одним затиснутим і другим вільним кінцями можна побудувати без попереднього визначення опорних реакцій, незалежно від виду навантаження та розміщення опор.

Для виконання задачі 4 вихідні дані взяти з табл.4 та рис. 19. Для заданої балки потрібно: визначити опорні реакції; побудувати епюри поперечних сил Q і згинаючих моментів M ; підібрати двотавровий переріз балки, вважаючи, що вона виготовлена зі сталі і має $[\sigma]=16\text{кН/см}^2$.

Креслення виконати в масштабі, усі записи повинні бути наведені чітко.

Таблица 1

Перша цифра шифру	ℓ_1 м	ℓ_2 м	ℓ_3 м	A_1 , см ²	A_2 , см ²	A_3 , см ²	Друга цифра шифру	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	$E \cdot 10^5$ МПа	Третя цифра шифру	№ схеми
1	1,1	0,9	0,7	3	4	2	1	11	62	10	2	1	1
2	1,2	0,8	1,5	5	3	4	2	12	32	18	1,8	2	2
3	1,3	0,6	0,9	5	3	4	3	13	40	10	1,5	3	3
4	1,4	1,2	0,8	6	4	2	4	14	60	20	1,1	4	4
5	1,5	1,3	1,1	1	3	5	5	15	25	10	2,1	5	5

Перша цифра шифру	ℓ_1 м	ℓ_2 м	ℓ_3 м	A_1 , см ²	A_2 , см ²	A_3 , см ²	Друга цифра шифру	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	$E \cdot 10^5$ МПа	Третя цифра шифру	№ схеми
6	1,6	0,9	0,6	3	4	2	6	16	20	20	1,4	6	6
7	1,7	0,8	0,9	2	5	3	7	17	70	38	2	7	7
8	1,8	0,8	1,5	4	3	5	8	18	22	80	2	8	8
9	1,9	1,5	0,9	5	3	4	9	19	60	18	1,5	9	9
0	2,0	1,0	1,3	6	4	2	0	20	25	20	1,1	0	10

Таблиця 2

Перша цифра шифру	ℓ , м	h , м	a , м / α°	Друга цифра шифру	F , кН	$E \cdot 10^5$ МПа	Третя цифра шифру	№ схеми
1	1,1	3	2 / 30	1	60	1,5	1	1
2	1,2	2	3 / 30	2	40	2,1	2	2
3	1,3	3	4 / 45	3	120	1,6	3	3
4	1,4	1	1 / 30	4	80	2	4	4
5	1,5	3	5 / 45	5	60	1,8	5	5
6	1,6	2	2 / 45	6	40	1,2	6	6
7	1,7	3	3 / 45	7	120	1,5	7	7
8	1,8	2	4 / 30	8	80	2,1	8	8
9	1,9	3	1 / 45	9	90	1,6	9	9
0	2,0	1	5 / 30	0	40	2	0	10

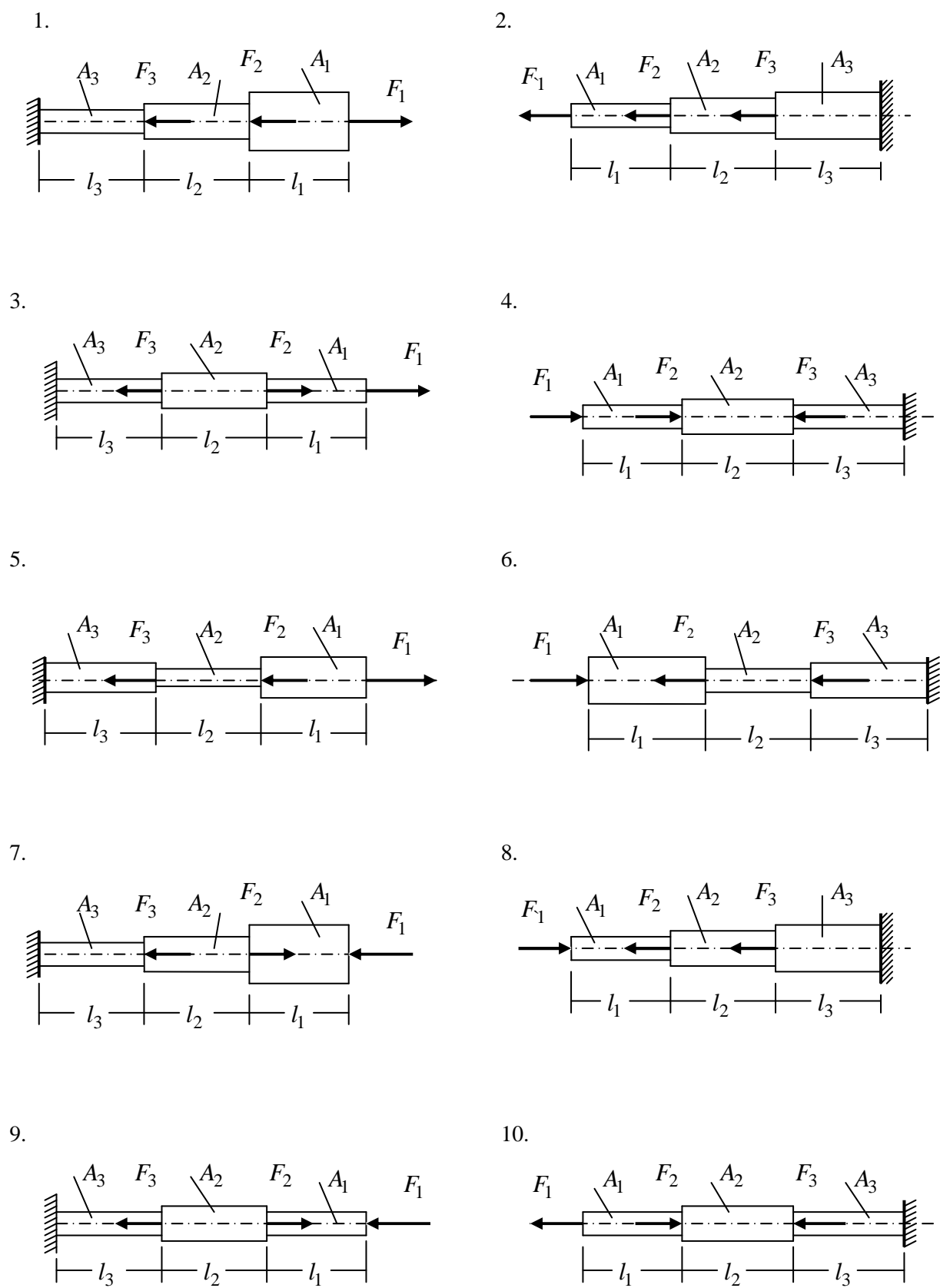
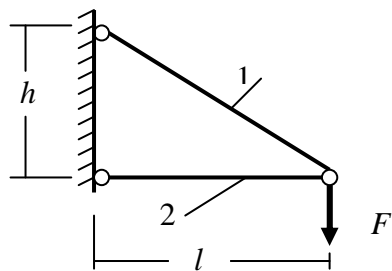
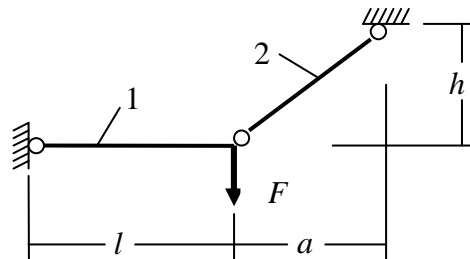


Рис. 16

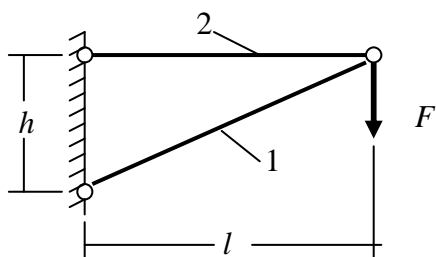
1.



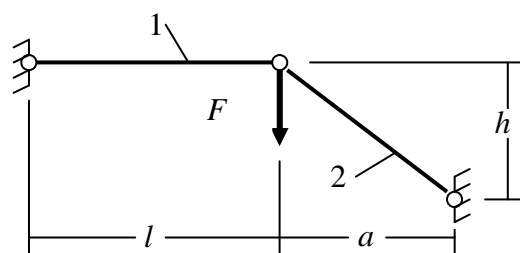
2.



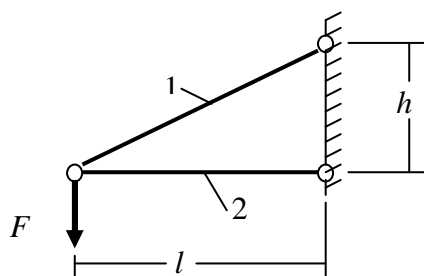
3.



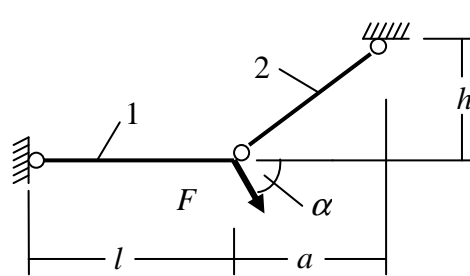
4.



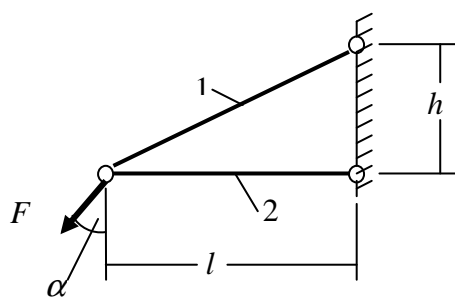
5.



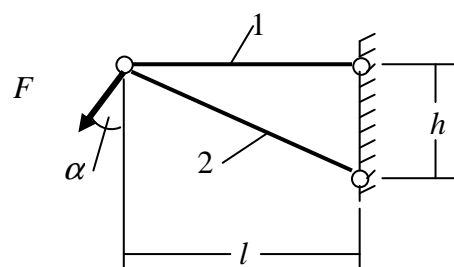
6.



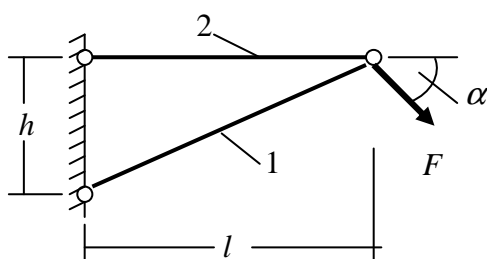
7.



8.



9.



10.

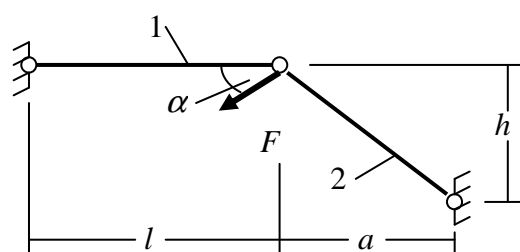


Рис. 17

Таблица 3

Перша цифра шифру	a , м	b , м	c , м	Друга цифра шифру	F , кН	M , кН·м	q , кН/м	Третя цифра шифру	№ схеми
1	1,1	2,5	2,0	1	11	25	10	1	1
2	1,2	1,5	1,5	2	12	20	15	2	2
3	1,3	1,0	3,5	3	13	30	20	3	3
4	1,4	1,5	4,0	4	14	10	25	4	4
5	1,5	3,5	2,5	5	15	25	30	5	5
6	1,6	2,5	1,5	6	16	20	10	6	6
7	1,7	2,0	1,0	7	17	70	15	7	7
8	1,8	1,5	4,0	8	18	25	20	8	8
9	1,9	3,5	2,5	9	19	65	25	9	9
0	2,0	4,0	1,5	0	20	25	30	0	10

Таблица 4

Перша цифра шифру	a , м	b , м	c , м	ℓ , м	Друга цифра шифру	P , кН	M , кН·м	q , кН/м	Третя цифра шифру	№ схеми
1	1,1	2,5	5,0	3,5	1	11	25	10	1	1
2	1,2	1,5	3,5	1,5	2	12	20	15	2	2
3	1,3	2,0	1,5	3,0	3	13	30	20	3	3
4	1,4	3,5	3,0	1,5	4	14	10	25	4	4
5	1,5	1,5	1,5	1,5	5	15	25	30	5	5
6	1,6	3,0	1,5	3,5	6	16	20	10	6	6
7	1,7	4,0	3,0	1,5	7	17	70	15	7	7
8	1,8	1,0	4,0	3,0	8	18	25	20	8	8
9	1,9	2,0	1,0	4,0	9	19	65	25	9	9
0	2,0	4,5	2,0	1,0	0	20	25	30	0	10

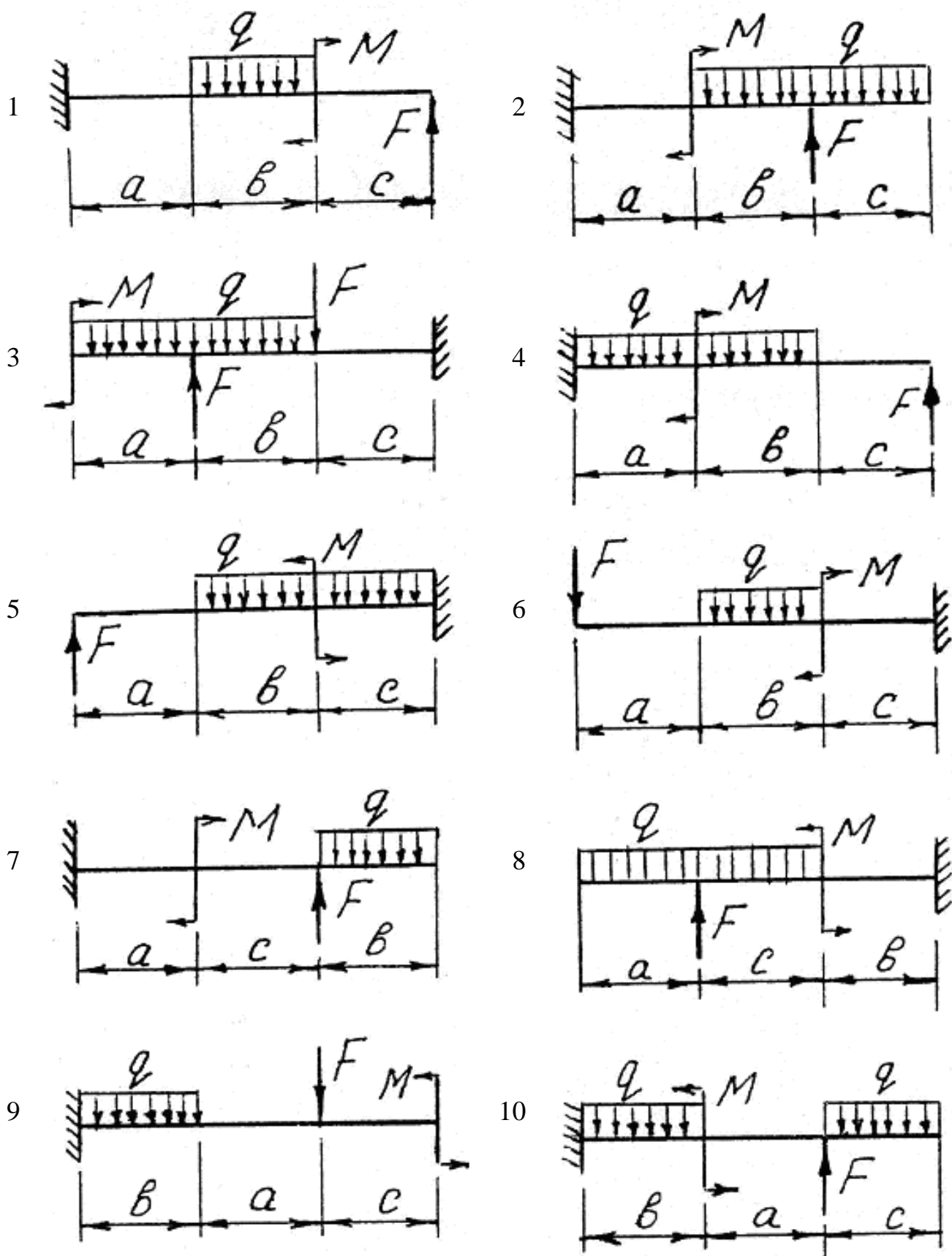


Рис. 18

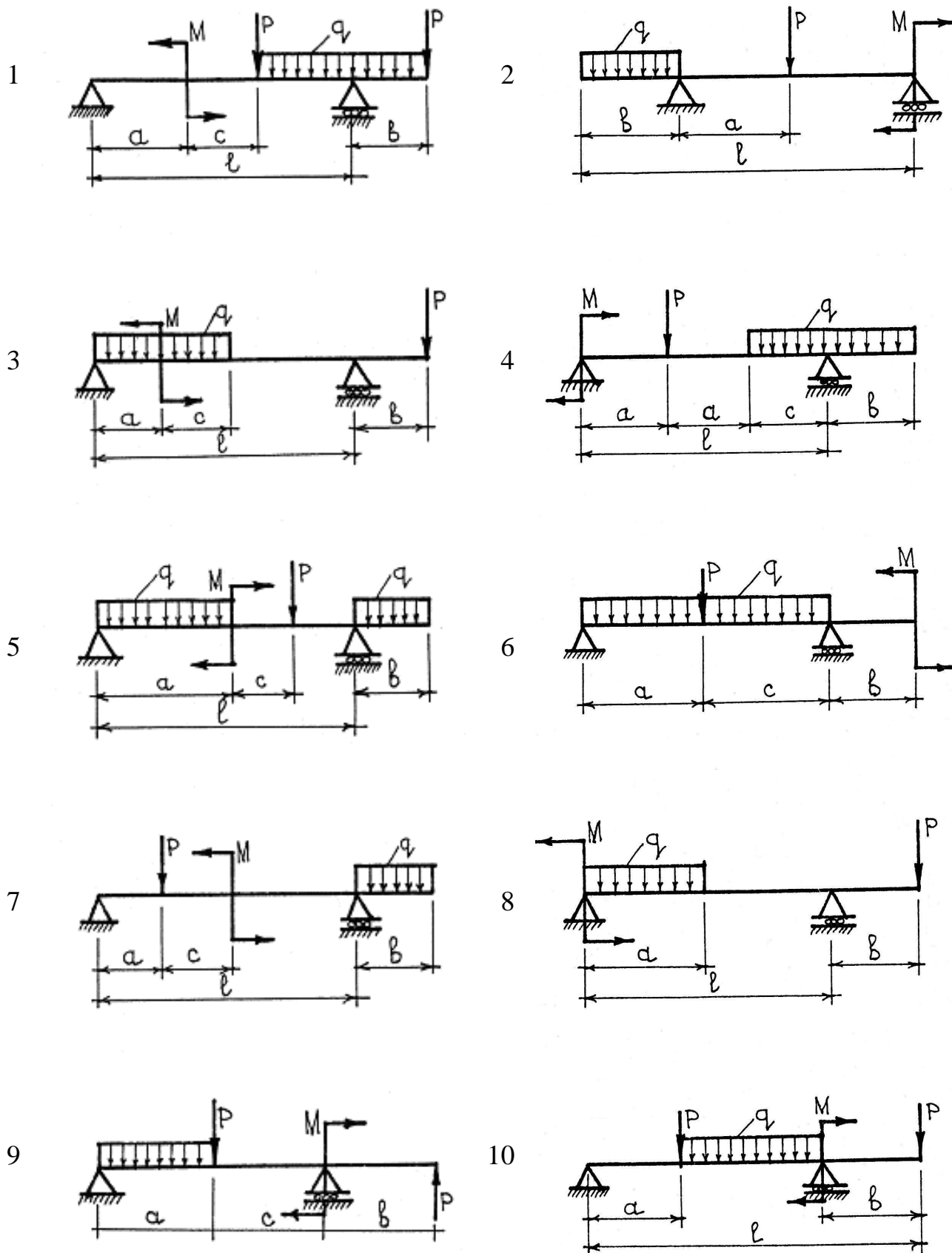
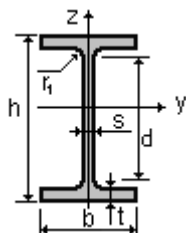


Рис. 19

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов: Учеб. для техн. вузов / В. И. Феодосьев. – М.: МГТУ, 2003. – 589 с.
2. Чихладзе Е. Д. Опір матеріалів: Підруч. для студ. вищ. навч. закл. / Е. Д. Чихладзе, М. А. Веревічева. - Х.: ХНАДУ, 2006. – 527 с.
3. Кононов В. І. Розрахунки на міцність стержнів при центральному розтяганні-стисканні: навч.-мет. посіб. з "Опір матеріалів" для студ. машинобудів. спец. / В. І. Конохов, В. І. Лавінський, В. Л. Хавін. - Х.: НТУ "ХПІ", 2007. – 75 с.
4. Шваб'юк В. І. Основи опору матеріалів: Навч. посіб. для студ. немех. спец. вищ. навч. закл. / В. І. Шваб'юк. - Луцьк: ЛДТУ, 2005. – 277 с.
5. Савченко О. В. Практикум з опору матеріалів: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О. В. Савченко. - Чернігів: ЧДТУ, 2007. – 316 с.

Двотавр за ДСТУ 8239-89



	h	b	s	t	r ₁	r ₂	A	P	I _y	W _y	i _y	S _y
	см	см	см	см	см	см	см ²	Т/м	см ⁴	см ³	см	см ³
10	10.0	5.5	0.450	0.720	0.700	0.250	12.0	0.009	198.0	39.700	4.060	23.000
12	12.0	6.4	0.480	0.730	0.750	0.300	14.7	0.012	350.0	58.400	4.880	33.700
14	14.0	7.3	0.490	0.750	0.800	0.300	17.4	0.014	572.0	81.700	5.730	46.800
16	16.0	8.1	0.500	0.780	0.850	0.350	20.2	0.016	873.0	109.000	6.570	62.300
18	18.0	9.0	0.510	0.810	0.900	0.350	23.4	0.018	1290.0	143.000	7.420	81.400
20	20.0	10.0	0.520	0.840	0.950	0.400	26.8	0.021	1840.0	184.000	8.280	104.000
22	22.0	11.0	0.540	0.870	1.000	0.400	30.6	0.024	2550.0	232.000	9.130	131.000
24	24.0	11.5	0.560	0.950	1.050	0.400	34.8	0.027	3460.0	289.000	9.970	163.000
27	27.0	12.5	0.600	0.980	1.100	0.450	40.2	0.032	5010.0	371.000	11.200	210.000
30	30.0	13.5	0.650	1.020	1.200	0.500	46.5	0.037	7080.0	472.000	12.300	268.000
33	33.0	14.0	0.700	1.120	1.300	0.500	53.8	0.042	9840.0	597.000	13.500	339.000
36	36.0	14.5	0.750	1.230	1.400	0.600	61.9	0.049	13380	743.000	14.700	423.000
40	40.0	15.5	0.830	1.300	1.500	0.600	72.600	0.057	19062	953.000	16.200	545.000
45	45.0	16.0	0.900	1.420	1.600	0.700	84.700	0.067	27696	1231.00	18.100	708.000
50	50.0	17.0	1.000	1.520	1.700	0.700	100.00	0.078	39727	1589.00	19.900	919.000
55	55.0	18.0	1.100	1.650	1.800	0.700	118.00	0.093	55962	2035.00	21.800	1181.00
60	60.0	19.0	1.200	1.780	2.000	0.800	138.00	0.108	76806	2560.00	23.600	1491.00

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи, підготовки до практичних занять
та контрольних робіт з основ теорії споруд

**«ВНУТРІШНІ ЗУСИЛЛЯ ТА ДЕФОРМАЦІЇ
ПРИ ПРОСТОМУ НАВАНТАЖЕННІ»**

(для студентів 2 курсу денної форми навчання за напрямом
6.060102 - «Архітектура»).

Укладачі **ЗАСЯДЬКО** Микола Андрійович,
КОЛОДІЙ Людмила Іванівна,
КУЗНЕЦОВ Олександр Миколайович,
СЕРЕДА Наталя Василівна,
СМОЛЯНИНОВ Михайло Юрієвич,
ЧУПРИНІН Олександр Олексійович

Редактор *Кравцова О. С.*

Комп'ютерне верстання *О. А. Балашова*

План 2010, поз. 208 М

Підп. до друку 16.03.2010
Друк на ризографі
Тираж 50 пр.

Формат 60*84/16
Ум. друк. арк. 1,7
Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК №4064 від 12.05.2011